

経済モデルの限界

長沼伸一郎著「物理数学の直感的方法」に、「数学関係者自身が神秘性を好んだ結果、二流の経済学者やマーケティングがあやふやなモデルを数学で飾り立てて隠れ蓑にする」という意味の指摘があります。耳の痛い指摘です。でも、本当のことです。

数理モデルの限界は、ニュートン以来の「三体問題」に遡ります。長沼伸一郎氏に拠れば、「三つの天体の影響が絡み合う「三体問題」は解けない。ニュートン以来の解析学が三体問題という壁を迂回して進んだ」のです。

どのように迂回したかと言うと、「要素間の相互作用を演算子の形で書き出して、それらの行列（作用行列A）を作り、今の状態を示す列ベクトルにかけると一定時間後の状態がわかる。（線形代数の世界では）この行列は世界を表現し得る」。「線形行列の基本法則として、このような行列をいくつかの小行列に分割して別々にN乗し、後で繋ぎ合わせて統合しても、その結果はもとの大きな行列をN乗した場合と全然違ってしまふのである。そしてそれが一致する例外的な場合は、小行列同士の相互作用成分が全部ゼロである場合だけなのである。デカルト以来の要素還元的な分析の大前提が、例外的状況しか使用できないものだったのだ」ということです。

マーケティング分野の解析は、私の理解では、以下のように要約できます。一次線形の指数モデルは、2行2列の一次定常マルコフ連鎖モデルと単調増加の場合は同値です。表現は違うけれど、これが解析学の解ける対象範囲を示してます。つまり、一次線形の指数モデルは、直前の状態からしか影響を受けない（一次）、加法性があり、かつ作用との可換性がある（線形）、という特性を持ちます。一次定常マルコフモデルの「定常」は、遷移確率が一定（いつも同じ）ということです。二次元配列の2状態モデルとは、結局のところ、AであるかA以外であるかをの2状態ということです。つまり、 $[P(A) = 1 - P(\text{not } A)]$ なので、一変数の関数になります。マルコフ連鎖の作用は $[A^n]$ であり、指数関数と同じになるのは当然です。別の言い方をすれば、微分方程式で実際的に解けるのは指数関数だけ、ということと同じです。

2要素間の関係しか解析できない解析学を長沼伸一郎氏は、西洋医学に喩えています。「病気というものが病原体が要因となって起こると捉え、それを薬で破壊すれば病気は消える去ると考える。体内の器官同士、あるいは器官と細菌の相互作用などが一つの経路だけで作用していると仮定されている」。対して、「漢方の思想には病原体という発想は希薄で、病気は何らかのバランスの崩壊状態と捉える傾向が強い」のです。全体を部分に還元するか、全体を全体のままとして扱うか、の違いです。

全体は、部分の総和に還元できません。部分に分解し、それを合成して、全体とみなし得る特殊な場合しか、数理モデルは役に立ちません。そういう限界を知った上で、数理モデルを適切に利用する知性が求められます。